

ثانوية اليمون - ملخص لدروس الإمتحان الجهوي مع الأمثلة



I - درس التناسبية :

قاعدة 1 :

إذا كان A جزءاً من B فإن النسبة المئوية التي يمثلها A من B هي العدد :

$$P = \frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر B}} \times 100$$
 ونرمز له بالرمز : $p\%$

مثال 1 :

اشترى بائع هواتف 80 هاتفاً مستعملاً، فوجد 5 هواتف لا تشتغل. احسب النسبة المئوية للهواتف المعطوبة

الحل : نطبق القاعدة :

$$\frac{\text{الهواتف المعطوبة}}{\text{العدد الكلي للهواتف}} \times 100 = \frac{5}{80} \times 100$$

$$= \frac{50}{8} = 12,5\%$$

الحل : نعلم أن :

$$\frac{\text{عدد الحاضرين}}{\text{العدد الكلي}} \times 100 = 70$$

اذن :

$$\frac{\text{عدد الحاضرين}}{30} \times 100 = 70$$

$$\frac{70 \times 30}{100} = 7 \times 3 = 21$$

عدد الحاضرين هو : 21

قاعدة 2 :

تغيرت القيمة x بنسبة $p\%$ لتكن y هي القيمة الجديدة

لدينا :

$$y = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \times x$$

في حالة النقصان :

$$y = \left(1 - \frac{P}{100}\right) \times x$$

مثال 1 : اشترى بقال بضاعة ثم باعها بمبلغ قدره 4540 درهماً محققاً بذلك ربحاً نسبته 12% . ماهو ثمن شراء هذه البضاعة؟

الحل : بما أن البقال قد ربح اذن هناك زيادة. اذن نطبق قاعدة الزيادة :

$$y = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \times x \quad \text{حيث } y = 4540$$

التمن العديد :

$$4540 = \left(1 + \frac{12}{100}\right) \times x$$

$$\Leftrightarrow 4540 = \frac{100 + 12}{100} \times x$$

$$\Leftrightarrow 4540 = \frac{112}{100} \times x \quad (\Rightarrow) \quad \frac{4540 \times 100}{112} = x$$

$$x = 4053,57 \text{ DH} \quad \text{اذن :}$$

مثال 2 : أراد أحمد شراء حاسوب ثمنه 4000 درهم. بعد مفاوضات البائع، استفاد من تخفيض نسبته 9% . كم سيدفع أحمد لقاء هذا الحاسوب؟

نطبق قاعدة النقصان لأن الثمن القديم 4000 انخفض اذن :

$$y = \left(1 - \frac{9}{100}\right) \times x$$
 حيث $x = 4000$ نجد :

$$y = \left(\frac{100}{100} - \frac{9}{100}\right) \times 4000 = \frac{91}{100} \times 4000$$

$$y = 91 \times 40 = 3640 \text{ DH}$$

مثال 3 : توقف عداء بعد أن قطع 70% من مسافة السباق حيث لم يتبقى له إلا 90 متراً على خط النهاية. ماهي المسافة الكلية للسباق؟

الحل : نطبق القاعدة 1 لأن هناك مسافة كلية ومسافة جزئية. ليكن x المسافة التي قطعها العداء. اذن $x + 90$ هي المسافة الكلية للسباق. اذن :

$$\frac{x}{x + 90} \times 100 = 70$$

$$\Leftrightarrow 100x = 70(x + 90)$$

$$(\Rightarrow) 100x = 70x + 6300$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3}, 1 \right\}$$

قاعدة 2: تعميل ثلاثية الحدود:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

مثال 2: عمل ثلاثية الحدود:

$$-x^2 + x + 2 \quad \text{أ}$$

$$3x^2 - 5x + 2 \quad \text{ب}$$

$$-x^2 + x + 2 \quad \text{الحل (أ) نعمل}$$

نطبق القاعدة:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$-x^2 + x + 2 = -(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{إذاً}$$

$$\text{حيث } x_1 = 2 \text{ و } x_2 = -1 \quad (\text{أنظر مثال 1})$$

$$-x^2 + x + 2 = -(x - 2)(x + 1) \quad \text{إذاً}$$

$$3x^2 - 5x + 2 \quad \text{ب - نعمل}$$

$$\text{لدينا حسب المثال 1: } x_1 = \frac{1}{3} \text{ و } x_2 = 1$$

$$\text{إذاً } 3x^2 - 5x + 2 = 3(x - x_1)(x - x_2)$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1)$$

قاعدة 3: إشارة ثلاثية الحدود.

جدول الإشارة:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	عكس إشارة a	عكس إشارة a	إشارة a

في حالة كان $x_1 < x_2$

مثال 3: إشارة $-x^2 + x + 2$

x	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$-x^2 + x + 2$	-	+	-	-

إشارة -1 عكس إشارة -1

نعتبر $3x^2 - 5x + 2$ ، جدول الإشارة:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$3x^2 - 5x + 2$	+	-	+	+

2

$$\Leftrightarrow 30x = 6300$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6300}{30} = 210$$

إذاً المسافة الكلية للسياق هي:

$$x + 90 = 300 \quad \text{متر}$$

II - المعادلات والمضارجات:

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

التعبير: يسمى ثلاثية حدود، حيث a و b و c أعداد معلومة.

$$-5x^2 + x + 12$$

مثال:

$$a = -5 \text{ و } b = 1 \text{ و } c = 12$$

قاعدة 1:

$$\text{حل المعادلة: } ax^2 + bx + c = 0$$

نبدأ بحساب العدد:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

إذا كان:

$$\Delta > 0 \quad \text{فإن مجموعة الحلول}$$

$$S = \{x_1; x_2\}$$

حيث:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

مثال 1: حل في \mathbb{R} المعادلتين:

$$-x^2 + x + 2 = 0 \quad \text{أ}$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \text{ب}$$

$$\text{أ) نعتبر المعادلة } -x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4(-1) \times 2$$

$$= 1 + 8 = 9 > 0$$

حالة هـ:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = \frac{-1 - 3}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = \frac{-1 + 3}{-2} = -1$$

$$\text{إذاً } S = \{-1; 2\}$$

$$\text{ب) المعادلة: } 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(2)$$

$$= 25 - 24 = 1 > 0$$

حالة هـ:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 3} = \frac{5 - 1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تطبيق : حل متراجحة في \mathbb{R} :

لحل متراجحة نستعمل جدول الإشارة :

مثال : حل فوي \mathbb{R} المتراجحات :

أ- $5x^2 - 4x - 1 \leq 0$

ب- $5x^2 - 4x - 1 < 0$

ج- $5x^2 - 4x - 1 \geq 0$

الحل : نضع جدول الإشارة بدأ بحساب

$5x^2 - 4x - 1$ لدينا :

$\Delta = (-4)^2 - 4(5)(-1) = 16 + 20 = 36 > 0$

اذن : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 6}{10} = \left[-\frac{1}{5}\right]$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 6}{10} = 1$

و $x_1 < x_2$ اذن جدول الإشارة :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{5}$	1	$+\infty$
$5x^2 - 4x - 1$	-	+	-	+
		إشارة 5	عكس إشارة 5	نفس إشارة 5

اذن التعبير $5x^2 - 4x - 1$ موجب على المجالين

وسالب على مجال .

أ- حل المتراجحة $5x^2 - 4x - 1 \leq 0$ هو المجال : $[-\frac{1}{5}, 1]$

ب- حل المتراجحة $5x^2 - 4x - 1 < 0$ هو : $]-\frac{1}{5}, 1[$

ج- حل المتراجحة $5x^2 - 4x - 1 \geq 0$ هو : $]-\infty, -\frac{1}{5}] \cup [1, +\infty[$

III - النظمات في \mathbb{R}^2 :

مثال : حل في \mathbb{R}^2 النظمة

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x - y = 22 \end{cases}$$

الحل : حساب المحددة

$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (4)(2) = -1 - 8 = -9$

بما أن $9 \neq 0$ فإن النظمة قابل

حلا وحيداً $(x; y)$ حيث : $x = \frac{D_x}{D}$ و $y = \frac{D_y}{D}$ لدينا :

$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 22 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (22)(2) = -1 - 44 = -45$

اذن : $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-45}{-9} = \frac{45}{9} = 5$

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 22 \end{vmatrix} = (1)(22) - (4)(1) = 22 - 4 = 18$

اذن : $y = \frac{D_y}{D} = \frac{18}{-9} = -\frac{18}{9} = -2$

حل النظمة هو :

$S = \{(5, -2)\}$

مثال 2 [امتحان جهوي]

اشترى تلميذ 8 كتب من صنفين مختلفين

بثمن اجمالي قدره 105 درهم .

حدد عدد الكتب من كل صنف اذا علمت أن

ثمن الكتاب الواحد من الصنف الأول هو 10 درهم

وأن ثمن الكتاب الواحد من الصنف الثاني هو 15 درهما .

الحل : ليكن x عدد الكتب من الصنف الأول

y " " " " الثاني .

عدد ما اشتراه من الصنف الأول نضيف إليه عدد

ما اشتراه من الصنف الثاني يعطينا العدد

الكلّي للمشتريات من الصنفين معاً يعني :

$x + y = 8$ ولدينا : $10x + 15y = 105$

نستنتج النظمة :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 10x + 15y = 105 \end{cases}$$

يمكن الاختزال بالقسمة على

5 في المعادلة 2 فنجد :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

حساب المحددات :

$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1$ و $D_x = \begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 21 & 3 \end{vmatrix} = 3$

و $x = \frac{D_x}{D} = 3$ و $D_y = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 21 \end{vmatrix} = 5$

$y = \frac{D_y}{D} = 5$

وهو $y = 5$ و $x = 3$

(3)